



中子 β 衰变的 γW -box电弱修正计算

γW -box Electroweak corrections for Neutron β decay

马鹏翔

北京大学物理学院

Co-author: 冯旭, 靳路昶

- Motivation
 - CKM 幺正性
 - $|V_{ud}|$ 的实验来源
 - 中子 β 衰变实验
 - 辐射修正的更新
- Methodology
- Lattice setup
- Data analysis
 - π 介子 β 衰变的数据分析
 - 推广到中子衰变道面临的问题
 - 中子 β 衰变的初步结果展示
- 总结与展望

- Cabibbo–Kobayashi–Maskawa(CKM) matrix:

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

- 标准模型下, 检验CKM矩阵的幺正性是精确检验的重要课题之一.
- CKM幺正性破坏→超出标准模型的新物理.
- 目前第一行的项精度最高, 尤其是 $|V_{ud}|$.
- β 衰变辐射修正的改进提供了更精确的 $|V_{ud}|$, 给出偏离CKM幺正性 $>2\sigma$ 的结果:

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 0.9985(6)_{V_{ud}}(4)_{V_{us}}$$

1. super-allowed β 衰变: $|V_{ud}| = 0.97373(31)$.

- $0^+ \rightarrow 0^+$, 树图阶只取决于弱流的矢量流部分.
- PDG 2022接受了新增的一项与核结构(Nuclear structure, NS)相关的误差, 主导目前计算的不确定度.

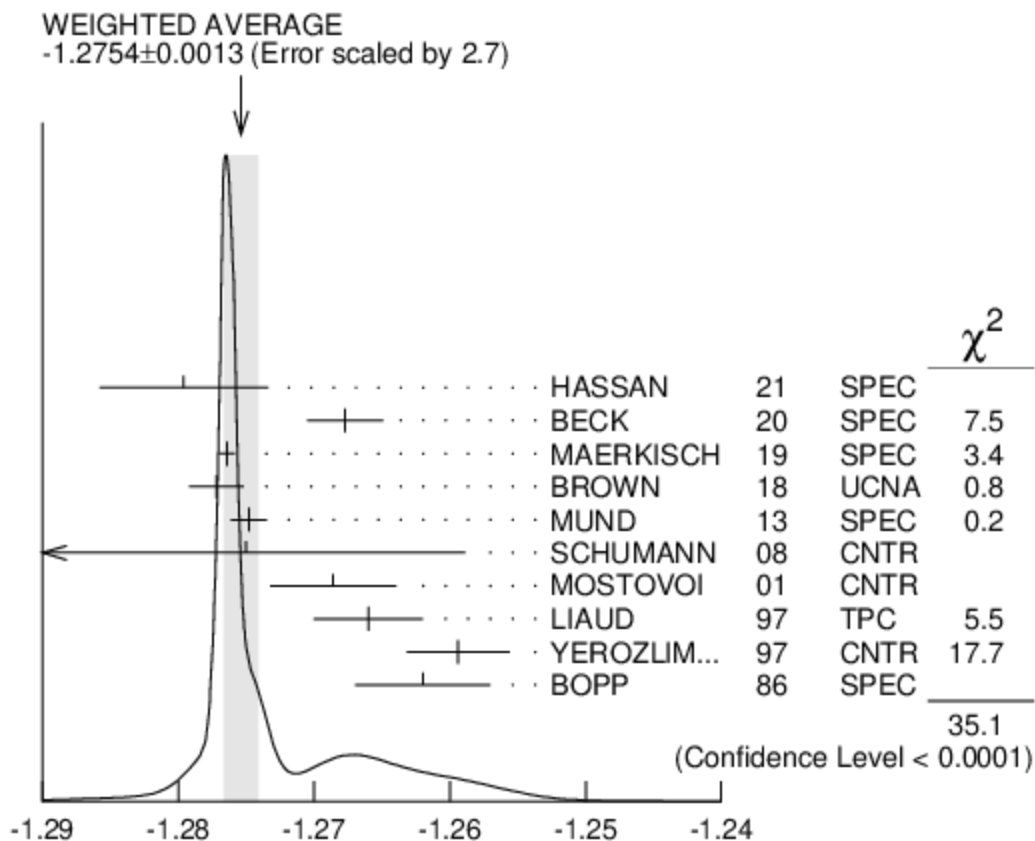
2. 中子 β 衰变: $|V_{ud}| = 0.9737(9)$.

- 与super-allowed β 衰变具有相同的核结构无关辐射修正项(Radiative Correction, RC).
- 中子衰变实验的精度提高能够在未来提供与super-allowed β 衰变可比拟的结果.

3. π 介子 β 衰变: $|V_{ud}| = 0.9739(27)$.

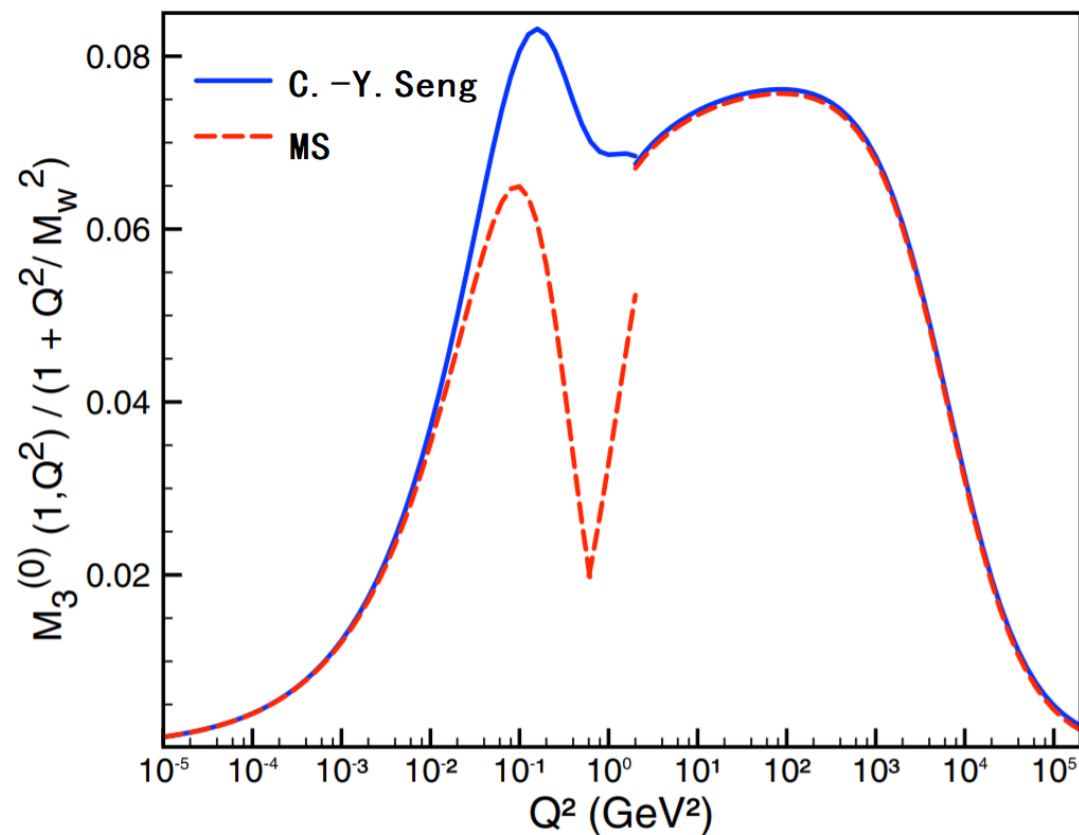
- 实验部分不确定度较大, 短时间内很难有大幅度改进.
- 理论上最为简洁, 可以作为格点计算应用的切入点.

$$\frac{1}{\tau_n} = \frac{G_\mu^2 |V_{ud}|^2}{2\pi^3} m_e^5 (1 + 3g_A^2) (1 + \Delta_R^V) f \Rightarrow |V_{ud}|^2 = \frac{5024.7 \text{ s}}{\tau_n (1 + 3g_A^2) (1 + \Delta_R^V)}$$



$$|V_{ud}| = 0.9737(3)_{\tau_n} (8)_{g_A} (1)_{RC}$$

- 误差来源:
 - 中子寿命 τ_n ,
 - 轴矢耦合 g_A ,
 - 辐射修正 Δ_R^V .
- 最精确的 τ_n 来自超冷中子(Ultra Cold Neutron, UCN)实验.
- 目前, 实验最新的 τ_n 输入相比PDG fit的结果不确定度可以降低为原先的1/2.
- g_A 主导了目前计算的不确定度.
- 左图是 g_A/g_V 的PDG fit方案.



Marciano and Sirlin,
Phys. Rev. Lett. 2006-01: 032002.

vector dominance model(VDM).

$$|V_{ud}^{\text{old}}| = 0.97420(18)_{\text{RC}} (10)_{\mathcal{F}_t}$$



C.-Y. Seng, M. Gorchtein and M. J. Ramsey-Musolf.
Phys. Rev. D, 2019-07: 013001.

dispersion relation & data-driven analysis.

$$|V_{ud}^{\text{new}}| = 0.97370(10)_{\text{RC}} (10)_{\mathcal{F}_t}$$



first principle calculation.

- 按照Sirlin 的参数化方案*, 在所有修正项中, 只有axial γW -box 贡献在强子尺度是敏感的.
- 格点QCD可以从第一性原理出发计算此项:

$$\square_{\gamma W}^{VA}|_H = \underbrace{\frac{1}{F_+^H} \frac{\alpha_e}{\pi} \int_0^\infty dQ^2 \frac{m_W^2}{m_W^2 + Q^2}}_{\text{圈积分}} \times \underbrace{\int_{-\sqrt{Q^2}}^{\sqrt{Q^2}} \frac{dQ_0}{\pi} \frac{(Q^2 - Q_0^2)^{\frac{3}{2}}}{(Q^2)^2} T_3(Q_0, Q^2)}_{\text{强子标量函数}}$$

电弱修正项 圈积分 强子标量函数

- 可进一步化简为:

$$\square_{\gamma W}^{VA}|_H = \frac{3\alpha_e}{2\pi} \int \frac{dQ^2}{Q^2} \frac{m_W^2}{m_W^2 + Q^2} M_H(Q^2)$$

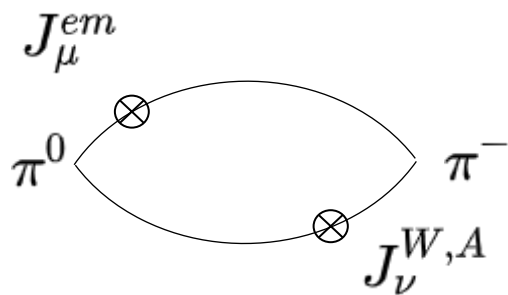
*: A. Sirlin. Rev. Mod. Phys. 1978-07: 573–605.

- 在高动量区域, 格点QCD会因格点离散化误差的增大而不可避免地失效.
- 考虑到微扰论和格点理论的适用范围, 引入动量分割 Q_{cut} :
 - 算符乘积展开(OPE)→微扰能区(高于 Q_{cut})
 - 格点QCD→非微扰能区(低于 Q_{cut})

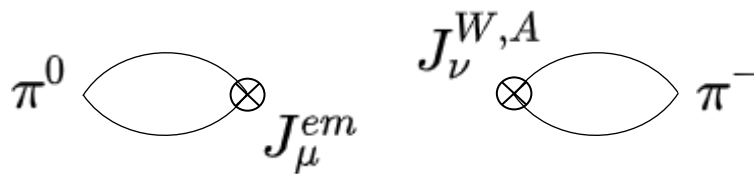
$$\square_{\gamma W}^{VA}|_H = \square_{\gamma W}^{VA, \leq}|_H + \square_{\gamma W}^{VA, >}|_H = \left(\int_0^{Q_{\text{cut}}^2} \frac{dQ^2}{Q^2} + \int_{Q_{\text{cut}}^2}^{\infty} \frac{dQ^2}{Q^2} \right) \frac{m_W^2}{m_W^2 + Q^2} M_H(Q^2)$$

介子衰变涉及的四点关联函数

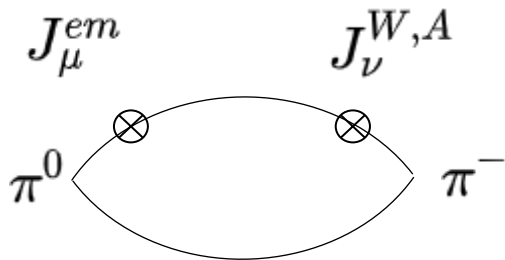
- 以 π 介子电弱修正项为例, 计算中涉及以下四种关联函数:



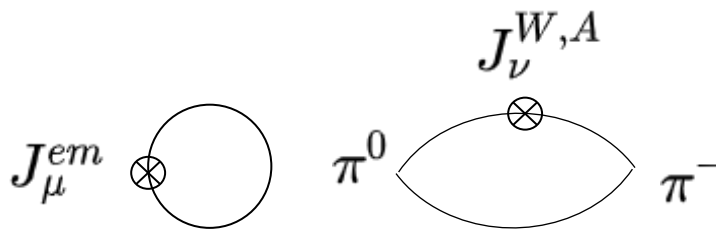
Type (A)



Type (B): 根据 γ_5 -Hermitian 不贡献.



Type (C)



Type (D): 在 flavor SU(3) 极限下可忽略.

- 微扰论计算所忽略的高扭度项的量级可由(A)类关联函数估计.

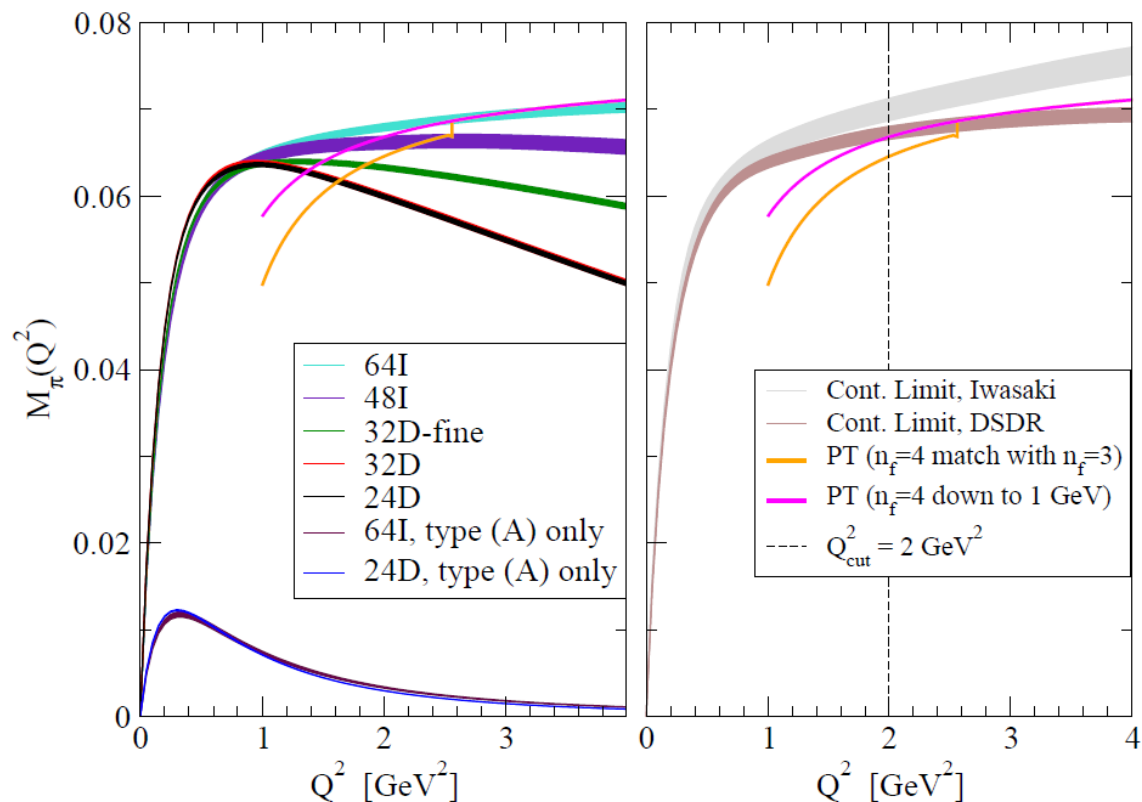
ensemble	M_π/MeV	$L^3 \times T$	a/fm	$L \cdot a/\text{fm}$	N_{conf}	N_r	$N_{\text{conf}} \times N_r$
24D	141.2(4)	$24^3 \times 64$	0.1944	4.665	46	1024	47104
32D	141.4(3)	$32^3 \times 64$	0.1944	6.221	32	2048	65536
32D-fine	143.0(3)	$32^3 \times 64$	0.1432	4.582	71	1024	72704
48I	135.5(4)	$48^3 \times 96$	0.1140	5.474	28	1024	28672
64I	135.3(2)	$64^3 \times 128$	0.0836	5.353	62	1024	63488

- 我们使用五个格点组态, 每个组态均选取物理 π 介子质量.
- 不同组态之间 L 与 a 各有差异, 可以以此为依据进行离散化效应与有限体积效应造成的误差.
- 在组态的产生过程中, 我们分别进行了 28k~71k 次计算.

π 介子 β 衰变的数据分析

$$\square_{\gamma W}^{VA}|_H = \frac{3\alpha_e}{2\pi} \int \frac{dQ^2}{Q^2} \frac{m_W^2}{m_W^2 + Q^2} M_H(Q^2)$$

1. 不同组态的格点数据:
 1. 在低动量情形一致;
 2. 在高动量情形有较大差异.
2. 不同微扰论计算结果:
 1. 在低动量情形有较大差异;
 2. 在高动量情形一致.
3. Type (A) only 估计高扭度效应:
 1. 在高动量情形高扭度效应被明显压低;
 2. 微扰论保留到主导扭度阶在高动量下是合理的.



from PhysRevLett.124.192002.

推广到重子衰变道面临的问题

1. 重子的缩并结构相比介子而言更加复杂, 涉及的拓扑也有所增加.

忽略非连通图:

- 与介子衰变相关四点函数的只涉及2张图;
- 而与重子衰变相关的四点函数涉及8张图.

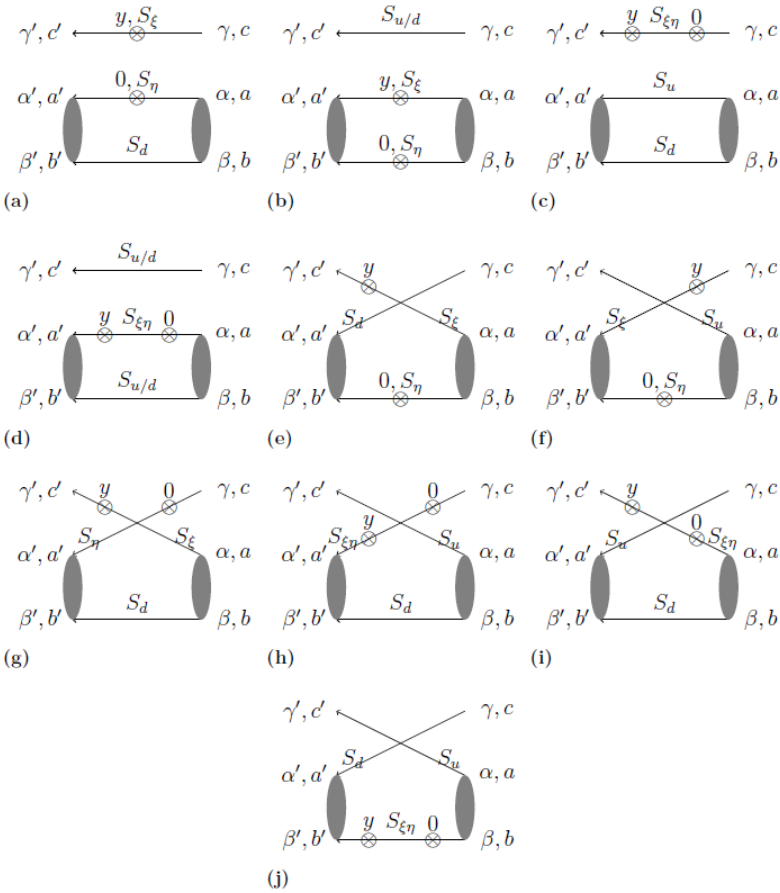
就单张图而言, 重子关联函数的缩并结构也更加复杂.

2. 重子的关联函数相比介子而言有更大的信噪比问题.

- 若噪声是同量级的, 重子态的信号将更快地衰减, 从而更早地达到信噪比的边界.

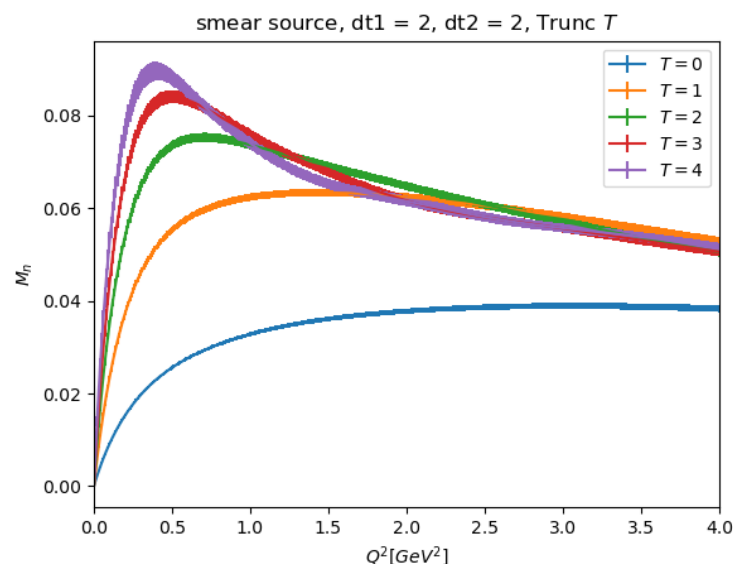
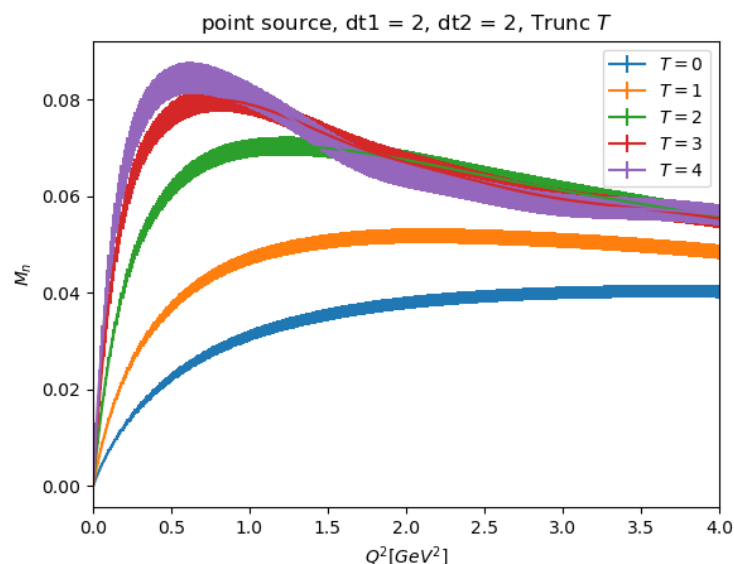
3. 对于中子衰变道, 目前只计算了24D单个组态的数据.

ensemble	M_π/MeV	$L^3 \times T$	a/fm	$L \cdot a/\text{fm}$	N_{conf}
24D	141.2(4)	$24^3 \times 64$	0.1944	4.665	111



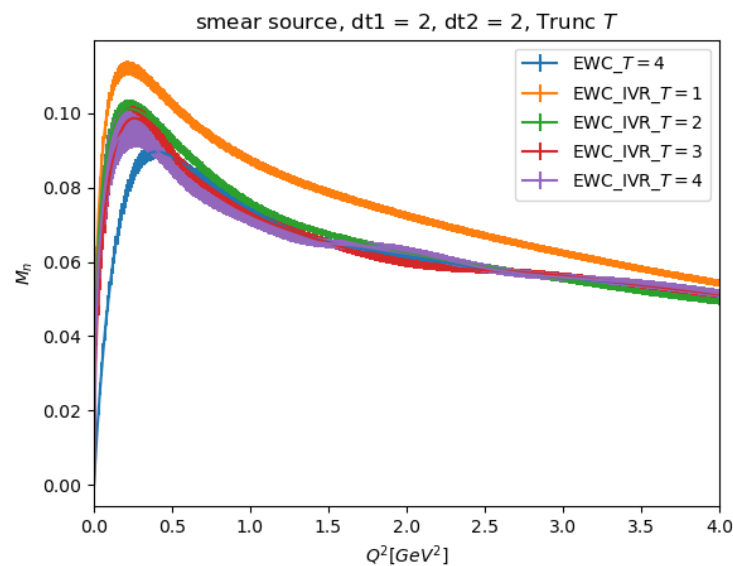
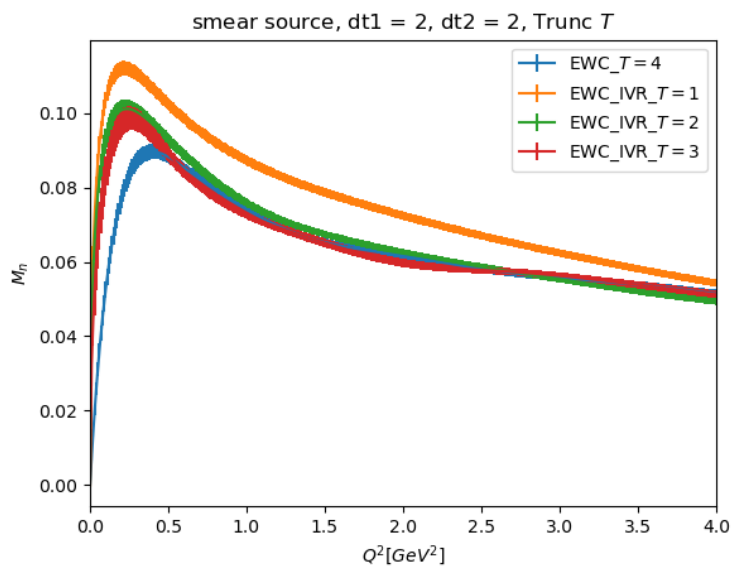
中子 β 衰变的初步结果展示

1. smear source的结果相较point的结果而言行为一致, 且具有更小的不确定度.
2. 在时间方向截断 $|T| \leq 4$ 的范围内, 强子函数未发现明显的平台行为, 尤其是对于积分敏感的 $Q^2 \lesssim 1 \text{ GeV}^2$ 的区域.



中子 β 衰变的初步结果展示

1. 为避免选取时间方向的截断带来系统误差, 可以采用无穷体积重构方案(Infinite Volume Reconstruction, IVR)[*].
2. 以截断 $\pm T$ 处的格点数据为输入, 在基态主导的假设下, 估计 $|t| > T$ 的格点数据.
3. 随着截断的延后, 激发态效应逐渐降低, IVR的结果之间的差距逐渐减小.



*: X. Feng and L. Jin, PRD 100, 094509

1. β 衰变辐射修正的更新为CKM第一行幺正性检验提供新的信号.
2. 中子 β 衰变实验精度的提高为其作为CKM幺正检验的输入提供可能性.
3. π 介子道的计算结果证明了格点方案在计算辐射修正中的可行性.
4. 将此方案推广到中子衰变中, 会面临更大的信噪比问题.
5. 中子 β 衰变道的计算结果在时间方向的收敛性较差, 尤其是积分敏感的在低动量区域.
6. 为避免截断带来的系统误差, 我们采用了无穷体积重构方案.

Thank you for listening!

