

为细致地研究暗光子产生的过程以及理解标准模型框架下的各种背景过程，我们基于粒子物理实验专用模拟软件包 GEANT4^[0]来模拟 8GeV 电子被目标靶散射后在探测器中的输运过程，包括散射后产生的所有末态粒子。探测器的几何和材料参数罗列在表格 1 和 2 中。

表格 1, 模拟探测器的几何和材料参数

	单位尺寸	数目	探测器类型	读出	分辨率
标记径迹探测器	100x200x0.1 mm ³	200x200x610mm ³ , 5 层	硅微条半导体探测器	?	$\sigma_y \sim 6\mu\text{m}$ $\sigma_x \sim 60\mu\text{m}$
散射靶	100x200x0.35 mm ³	1 层	钨	无	无
反冲径迹探测器	横截面见表 2 厚度 0.1 mm	500x500x185 mm ³ , 6 层	硅微条半导体探测器	?	$\sigma_y \sim 6\mu\text{m}$ $\sigma_x \sim 60\mu\text{m}$
电磁量能器	1x1x44 cm ³ (~38.5X ₀)	81 模块, 每模块包含 5x5 晶体	LYSO 晶体 [1] 铝膜 [2]	APD	5% @ 8GeV
强子量能器	45x45x2 cm ³	150 模块, 每模块包含 6x6 RPC	气基阻性板室 气体组分[3]	ASIC	40%~50% @xxx GeV
超导磁铁	标记径迹探测器区域 3.0 特斯拉 方向自上至下 反冲径迹探测器区域 1.5 特斯拉 方向自上至下				

[1] LYSO 材料: 90% LSO + 10% YSO, X₀~1.14 cm

[2] 气体组成: 94.7% C₂H₂F₄ + 5% C₄H₁₀ + 0.3%SF₆, 气室厚度: 7.5 mm

[3]铝膜厚度: 0.35 mm

表格 2, 反冲径迹探测器每层的尺寸

单位: mm ²	第一层	第二层	第三层	第四层	第五层	第六层
尺寸	100x200	125x250	151x302	176x352	202x404	225x450

假设入射电子束流强度为 I_e, 这里 I_e~ 10¹⁴ EOT 辐射当量。入射电子平均能量大小约 E_i=8GeV。假设入射电子在探测器中产生事件的平均频率为 x, 那么单位时间 t 内产生的 k 个事件的概率服从泊松分布,

$$P(k) = \frac{(xt)^k e^{-xt}}{k!}$$

因此, 在时间 t 内至少发生一个事件的概率是 P(t)=1-e^{-xt}。或者等价地, 单位时间内事件发生的时间概率密度是:

$$f(t) = \frac{dP(t)}{dt} = xe^{-xt} = \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}}$$

T 即事件之间的平均时间间隔。在事件发生平均频率为 2MHz 时，事件之间的平均时间间隔等于 500ns。这意味着探测器必须在这个时间窗口内完成一个事件的处理，否则它将无法处理下一个到来的事件。时间间隔非常短的事件总是会发生的。如表 3 所列，时间间隔小于 10ns 的事件占有所有发生事件的 1.9%。如果探测器不够快以至于无法处理时间间隔短于 10ns 的事件，就相当于入射电子束流相应的有效亮度值损失了 1.9%。类似地，如果探测器无法处理时间间隔短于 100ns 的事件，有效亮度值就损失了近 10%左右。事件发生的平均频率越高，有效亮度值损失越大。当事件发生频率达到 10MHz，并且探测器无法处理时间间隔短于 100ns 的事件时，有效亮度值损失 50%以上。因此，我们要求探测器的响应时间以及电子学的读出时间必须很短，同时要控制入射电子的通量密度。目前，合理的事件发生频率设定为 2MHz，采集 $I_e=10^{14}$ EOT 入射电子所消耗的有效时间约 1.6 年。

表格 3, 不同时间间隔的事件在不同平均发生频率下的比例。

堆积事件的比例	1MHz	2MHz	4MHz	10MHz
$\Delta T < 10$ ns	1.0%	1.9%	3.9%	9.5%
$\Delta T < 50$ ns	4.9%	9.5%	18.1%	39.3%
$\Delta T < 100$ ns	9.6%	18.1%	32.9%	63.2%

现在我们重点分析入射电子在探测器区域中所产生的各种背景过程。我们按照这些背景过程发生概率的大小把它们罗列在图 1 中。我们将分别讨论这些背景过程在探测器中的响应特征以及如何排除它们。

第一类背景，90%的入射电子将穿越探测器并击中电磁量能器的中心区域。入射电子所携带的能量几乎全部沉积到电磁量能器中。这类背景可以通过电磁量能器重建出来的电磁簇射的总能量来排除。我们假设能量为 E 的电子重建后的能量为 $E' \sim E$, 其本征能量涨落为 dE 。一般情形下，我们散射电子重建后的能量服从高斯分布 $G(E', \Delta E)$ (实际上，重建后的能量因为电磁簇射中的光子发生康普顿散射而形成非对称高斯分布，甚至多个不同宽度的非对称分布)。因而重建出的能量因低于噪声水平 $E_n=50$ MeV 而无法被排除掉的概率为

$$p = \int_0^{E_n} G(E_1, \Delta E_1) dE' \ll 10^{-20}$$

考虑到在入射电子能量 $E=8$ GeV 时，电磁量能器相应的能量分辨 $\Delta E=0.4$ GeV，这类背景不能通过重建能量排除掉的概率可以忽略不计。

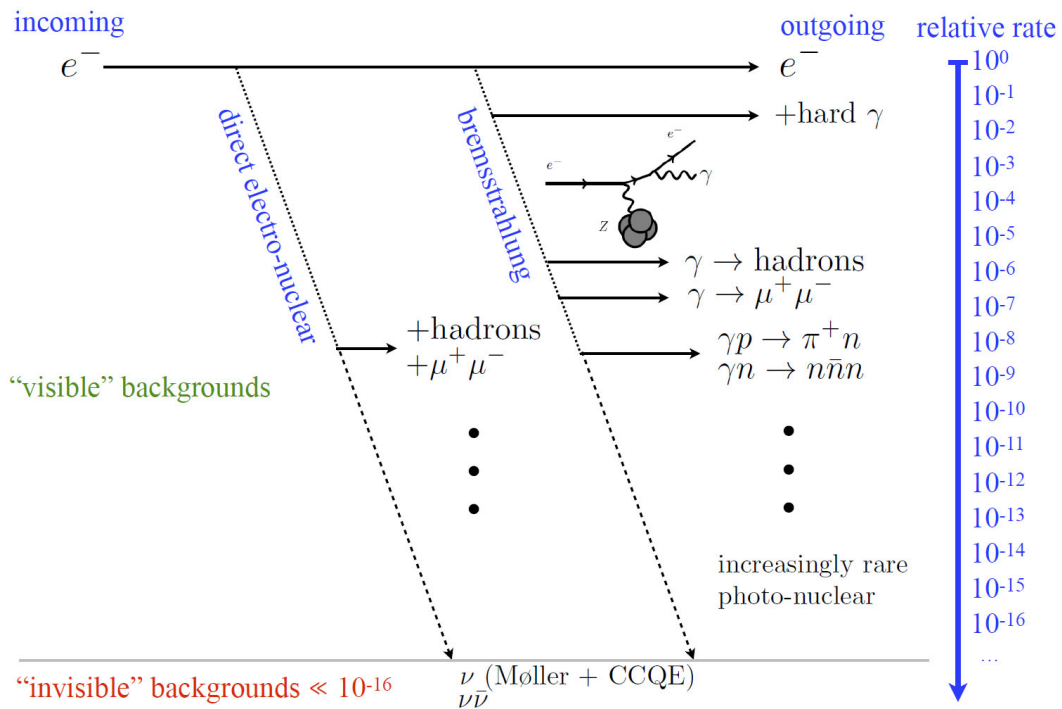


图1, 电子散射过程中产生的各种背景以及它们之间的相对频率

第二类背景，8-9%的入射电子将在探测器上的材料中发生散射（弹性或者深度非弹性散射，如果是深度非弹性散射过程，将产生大量的强子末态。入射电子将无法在反冲径迹探测器中产生偏转轨迹并在电磁量能器中产生电磁簇射。这类背景没有被探测到的概率等价于所有末态强子都没有被探测到的联合概率同时在标记探测器中没有重建出径迹的概率。这个概率可以通过联合反冲径迹探测上的击中点数目以及电磁、强子量能器总的总能量来计算。

第三类背景，受物质材料的影响，包括每层硅微条，靶源，亦或外加磁场，入射电子因为加速度的改变而产生一个或多个韧致辐射光子（所谓韧致辐射，是指辐射光子沿着带电粒子运动轨迹的切线方向发射，类比放在车轮底下的轱）。当光子能量比较高时，称之为硬光子辐射（hard γ ）。理论上，韧致辐射光子能量越高则发生韧致辐射的概率越低。因此绝大部分情况下，辐射光子携带的能量都很小，或者说反冲电子携带的能量仍然很高。显然，如果辐射光子能量非常低，这类背景和第一类背景几乎没有差别，也以极大概率被排除。特别地，如果辐射光子的能量不足 4GeV ($\frac{1}{2}E_i$)，这意味着于入射电子的能量仍然高于 $\frac{1}{2}E_i$ ，因此在噪声水平 $E_n=50\text{MeV}$ 的水平下，测量不到该反冲电子的概率可用 $G(E_2, \Delta E_2)$ 来估计，需要注意的是 $E_2 < E_1$, $\Delta E_2 > \Delta E_1$ ，即反冲电子能量以及相应的能量分辨都已经改变。这类背景不能通过重建反冲电子能量排除掉的概率将变大【需要根据 MC 参数重新估算，准确地说，应该用 8 减去散射电子的能量分布，因为我们要求散射后电子能量要损失至少一半以上】。

图 2 展示了入射电子重建能量为 8GeV 时，不同的能量分辨率所能达到的排除背景水平，假设重建能量为理想高斯分布。可以看出，在能量分辨不同时，要达到同等的排除能力，我们对散射后电子的重建能量 E_f 可选择的范围也不同。 E_f 可选择的范围决定了排除第三类背景的水平。可以看到，要达到 10^{-15} 量级的排除水平，5%的能量分辨可允许的 E_f 可以达到 4GeV 以上，而 15%的能量分辨则要求 E_f 低到电磁量能器无法探测。

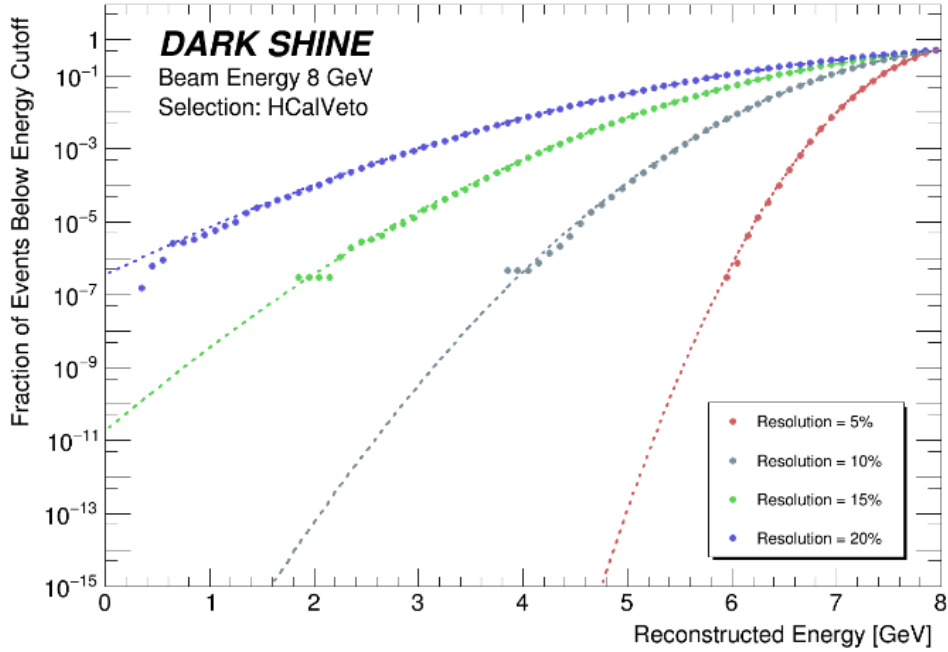


图2，反冲电子重建后的能量外推所能达到排除概率水平

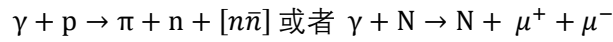
第四类背景，当散射后的电子无法通过重建能量以极大的概率排除时，也即是说当散射后能量 $E_f < \frac{1}{2}E_i$ 时。这时情形变得相对复杂了。如果仅仅用反冲径迹探测器来重建它，或者同时用径迹探测器和电磁量能器重建它，那么两种方式的排除能力并不一样。由于散射后电子动量变低，它有可能被偏转出径迹探测器。假设电子动量密度分布为 $\rho(p)$ 。在磁场强度给定时，最小可探测动量将由反冲探测器的前两层所张的角度决定，因为我们至少需要 3 个点才能重建反冲电子的动量。假设对应的截止动量 p_m ，我们可以估计超低动量的电子带来的事件损失。与此同时，我们假设韧致辐射光子能谱密度为 $g(e)$ ，能量为 e 的光子不被探测到的概率为 $\varepsilon(e)$ 。那么，这类背景不能被探测到的概率等于反冲电子和韧致辐射光子同时没有探测到的概率：

$$p = \int_0^{p_m} \rho(p) dp \int_{E_i - E_f - p_m}^{E_i - E_f} \rho(e) \varepsilon(e) de$$

注意反冲电子能量和韧致辐射光子的能量是反关联的。下面我们仔细分析韧致辐射光子没有被探测到的概率。它们携带 $E_\nu = E_i - E_f$ 的能量，可取值范围在 $(E_i - E_f, E_i)$ 。韧致辐射光子可能有一个，二个或者多个。多次韧致辐射没有被探测的概率显著高于单次韧致辐射时的概率，

原因在于我们的探测器并没有覆盖 4π 空间立体角。多次韧致辐射的背景只能通过蒙特卡洛模拟来估计，我们暂且把它和第二类背景放在一起。

这类背景还有一些特性。（1）单韧致辐射光子在空间中的产生点是未知的。（2）靶材料因为高电荷数和高密度，在该区域韧致辐射过程产生的截面将显著的大于在硅微条材料中产生的截面和受磁场偏转产生的截面，但这些截面的比值是未知的。（3）虽然韧致辐射光子和反冲电子都可以在电磁量能器中形成电磁簇射，但韧致辐射光子第一次与探测器中的物质发生相互作用之前可以飞行很远。尤其是在靶区之前产生的韧致辐射光子，将有可能在靶上发射光核反应，在靶区之后产生的光子，将主要在电磁量能器中产生光核反应。即使某些稀有过程发生的概率非常小，但当 I_e 足够大时它们仍有可能发生。我们将尝试建立一个通用的方法来估计这类背景的贡献。考虑以下过程：



我们知道如果带电的 π 粒子飞行到探测器死区时，只测量中子就非常有挑战了。尤其是在 GEANT4 软件包中，关于中子的模拟相等不准确。【在将来，如何刻度中子的探测效率很重要】除了光核反应，正负粒子对产生过程其它稀有过程也需要做同样的考量。现在假设这类背景中末态包含 N 个粒子，典型的 N 取值可能是 2 或者 3。如果这 N 个粒子包含中微子，我们先不考虑那些中微子。我们假定这 N 个粒子都是可观测的。对于每一种类型的粒子，我们先单独研究其不能被探测到的概率。由于所产生的末态粒子在运动学空间中彼此关联，对于每一个粒子我们研究其二维效率 $\varepsilon(p, \theta)$ ，它表示具有动量 p 沿 θ 方向（与束流方向夹角）发射的粒子没有被探测器探测到的概率。我们还需要假设任意一个粒子在相空间单元中产生的概率为 $g(p, \theta)dpd\theta$ ，它表示产生粒子动量在 $(p, p+dp)$ 沿 $(\theta, \theta+d\theta)$ 方向产生时相应的概率。因此， $\gamma + p \rightarrow \pi + n$ 过程没有被探测到的概率，可以表示为 π 粒子和中子同时没有被探测到的联合概率，

$$\langle \varepsilon \rangle = \int g_{\pi}(p, \theta) \varepsilon_{\pi}(p, \theta) dp d\theta \int g_n(p', \theta') \varepsilon_n(p', \theta') dp' d\theta'$$

其中 $p'=c1(p), \theta'=c2(\theta)$ 表示一个粒子的相空间参数对于另一个粒子的关联。这些二维分布以及关联分布都可以通过模拟产生，并可以和理论计算做对比。如果有末态中有更多的可观测粒子，重复以上计算即可。这样，第四类背景的排除水平需要非常精细的蒙特卡洛来估计。至于模拟结果的准确性，可以通过数据来刻度。这里暂且不做展开。

以上我们讨论了对于背景过程的排除手段。现在我们将和信号过程一起来讨论。但必须指出的是，这里对于信号过程的模拟仅可以作为一般意义上的参照。因为信号过程的产生依赖于物理模型，而关于暗物质我们所知甚少，各种模型的预言差异很大。这里我们采用 xxx 产生器来模拟信号过程[3]。信号过程的产生截面依赖于暗光子的质量。如下图所示，

基于广泛已知的事实，暗光子及其衰变产物几乎不与普通物质发生相互作用（注：有些模型则通过暗光子衰变到标准模型中的粒子来寻找暗光子，此处不谈）。因此我们假设暗光

子在探测器中几乎不会产生可观测信号，这种情况下探测器仅有电子学噪声或者宇宙线背景导致的巧合信号。图 3 展示了电子散射产生的所有背景与电子散射产生暗光子过程的对比。我们比较了两个可观测量，反冲电子能谱（左图），反冲电子散射角（右图）。从图 3 左可以看出，在 8GeV 处有一个很高的峰，这表示电子没有损失任何能量。实际上，受测量的影响，我们不可能重建出精确的 8GeV 能量，这里展示的是真实入射电子能量以便于理解和对比。在 0-8GeV 很大的能量范围内，散射过程都有可能发生。如果再考虑到探测器的噪声水平和响应分布，该能谱将变得更加光滑。从图 3 右可以看出，虽然散射过程以小角度为主，但对于信号也是如此。我们几乎无法通过散射角来排除背景，因为信号过程也将同时被排除掉。这是我们不能接受的。

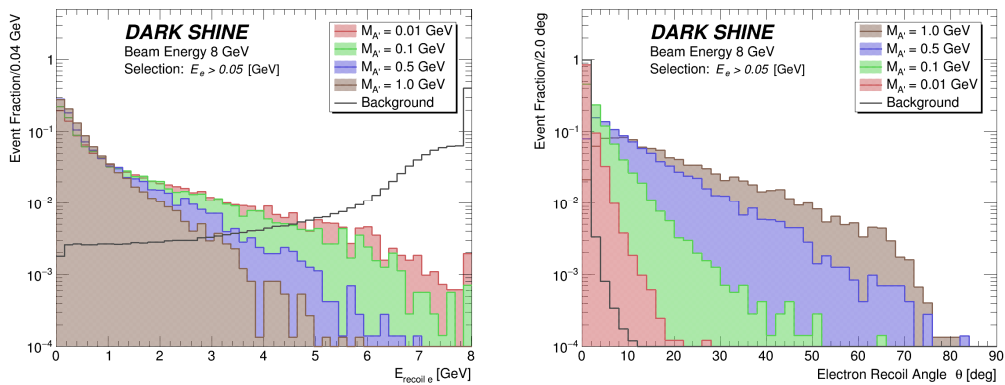


图3，反冲电子能谱和散射角的分布。其中黑色表示所有背景的贡献，其它几种不同颜色表示信号过程的贡献。